

平成28年度
入学試験問題

数 学

2月1日 第2限

仁愛女子高等学校

1 (1) 次の計算をせよ。

(ア) $(-16) \div 4 + 8 - (-3)$

(イ) $\sqrt{12} - \frac{9}{\sqrt{3}}$

(ウ) $(-2x)^3 \times xy^2$

(エ) $(3\sqrt{2}-1)(2+\sqrt{2})$

(2) 次の式を因数分解せよ。

(ア) $9x^2 - 121$

(イ) $(x-y)^2 - 4(x-y) + 4$

(3) 次の方程式を解け。

(ア) $5x - 3y = 2x + y - 7 = 3$

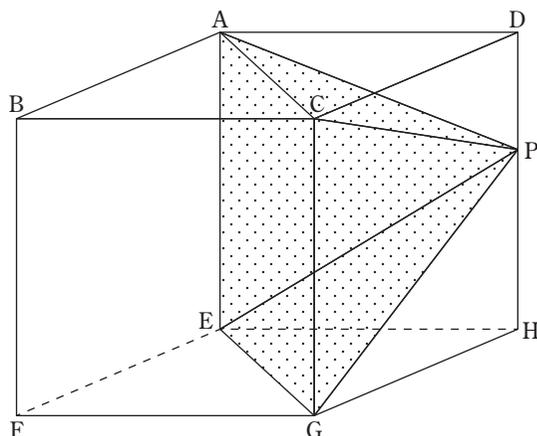
(イ) $x^2 - 3x - 1 = 0$

(4) $\sqrt{2016a}$ が自然数となる時、最小の自然数 a を求めよ。

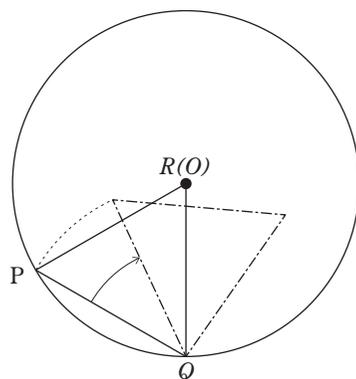
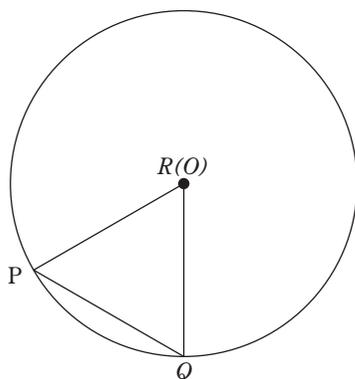
- (5) 下の表は、あるクラス的女子生徒6人の50m走の記録(秒)である。この6人の記録の中央値と平均値を求めよ。

9.1	8.5	8.7	9.4	8.9	8.8
-----	-----	-----	-----	-----	-----

- (6) 1辺の長さが3cmの立方体の辺DH上に点Pをとる。このとき、四角錐PAEGCの体積を求めよ。



- (7) 半径1cmの円Oの中に図のように正三角形PQRがあり、 $\triangle PQR$ を円周上をすべらずに元の位置に戻るまで転がす。最初、円の中心Oと頂点Rは一致している。
- (ア) 頂点Rが動いたあとは、どのような線になるか。解答用紙に作図せよ。
- (イ) (ア)で作図した線の長さを求めよ。ただし、円周率は π とする。



2 Aの箱には①, ②, ③, ④, ⑤の5枚のカード, Bの箱には⑤, ⑥, ⑦, ⑧, ⑨の5枚のカードが入っている。Aの箱からカードを1枚取り出し, 取り出したカードを a , Bの箱からカードを1枚取り出し, 取り出したカードを b とする。次の問いに答えよ。

(1) a, b を左から順に並べて2桁の整数 ab をつくる。例えば, Aの箱から①, Bの箱から⑤を取り出した場合, つくられた整数は15である。

(ア) 整数 ab が素数となるものをすべて答えよ。

(イ) 素数とはどのような数か説明せよ。

(ウ) 整数 ab が9の倍数となる確率を求めよ。

(2) 方程式 $ax - b = 0$ の解が整数となる確率を求めよ。

3 次の文章の空欄に適切な数や式を入れよ。

100以下の自然数で、3で割って2余る数を小さい順に並べると2, 5, ,
 , …… , である。

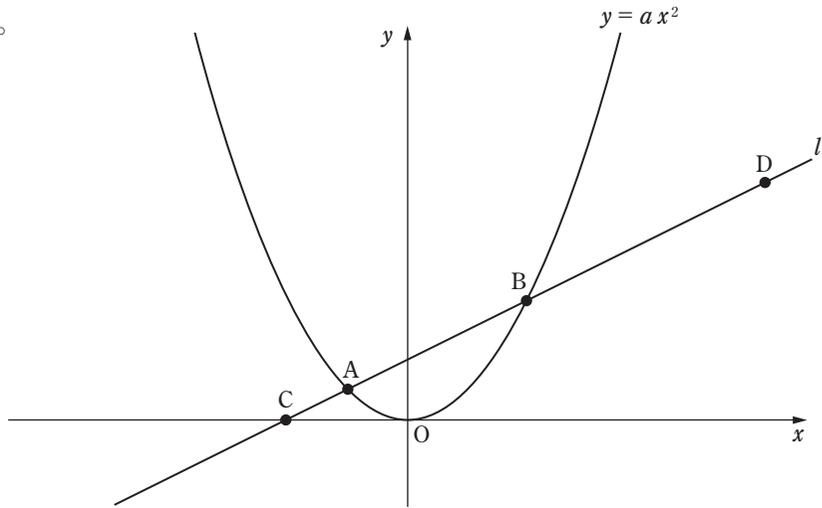
例えば、3番目の数 は2に を 回たした数なので、
 $2 + \text{} \times \text{}$ と表される。

また、4番目の数 は2に を 回たした数なので、
 $2 + \text{} \times \text{}$ と表される。これらの規則性から、 n 番目の数は
 $2 + \text{} \times \text{}$ と表される。

よって、最も大きい数 は、先頭から数えて 番目の数とわかる。

次に、ちょうど真ん中にくる数は、先頭から数えて 番目の数なので、
 とわかる。

- 4 図のように、直線 l は放物線 $y = ax^2$ 上の 2 点 $A(-2, 1)$, $B(4, b)$ で交わっている。
 次の問いに答えよ。



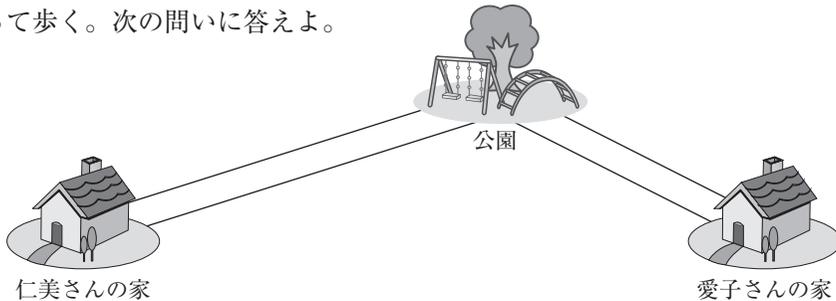
- (1) a, b の値を求めよ。

- (2) 直線 l の方程式を求めよ。

- (3) 直線 l と x 軸との交点を C とするとき、点 C の座標を求めよ。

- (4) 直線 l 上の点 D の y 座標が 8 のとき、 $\triangle OCA$ と $\triangle OAB$ と $\triangle OBD$ の面積の比を最も簡単な整数比で求めよ。

- 5 仁美さんの家から公園までは2000m, 愛子さんの家から公園までは1500m離れている。
仁美さんと愛子さんは, それぞれ, 分速100m, 分速125mの速さでお互いの家から公園
に向かって歩く。次の問いに答えよ。



- (1) 2人が9時に公園に着くには, それぞれ何時何分に家を出発すればよいか求めよ。

2人はそれぞれ(1)で求めた時刻にお互いの家を出発した。しかし, 愛子さんは家を出て4分後に忘れ物に気づき, 速さを分速150mに変えて走って家に戻り, 再び公園に向かって分速150mで走った。仁美さんは公園に着いたとき愛子さんがいなかったため, そのまま公園を通過し, 愛子さんの家に向かってこれまでと同じ速さで歩き続けたところ, 2人は出会った。仁美さんが移動した道のりを x m, 愛子さんが移動した道のりを y mとする。

- (2) 2人が出会ったのは, 愛子さんの家から何m離れたところか, y を用いた式で表せ。

(3) x, y についての連立方程式をつくれ。

(4) (3)の連立方程式を解いて, x, y の値を求めよ。

(5) 2人は何時何分何秒に出会うか求めよ。

- 6 (1) 『円に内接する四角形の1つの内角は、それに向かいあう内角のとなりにある外角に等しい』…(※)を証明した。次の文章の空欄に適切な数や式を入れよ。

<証明>

右の図のように、円Oに内接する四角形PQRSで半径OQ, OSのつくる角を $2x$, $2y$ とすると、円周角の定理から

$$\angle QPS = \boxed{\text{ア}}, \quad \angle QRS = \boxed{\text{イ}}$$

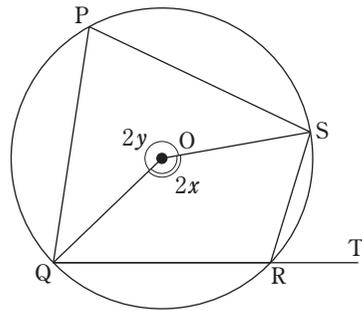
$$\text{よって, } \angle QPS + \angle QRS = \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}$$

$$2x + 2y = \boxed{\text{ウ}}^\circ \text{ だから, } \angle QPS + \angle QRS = \boxed{\text{エ}}^\circ$$

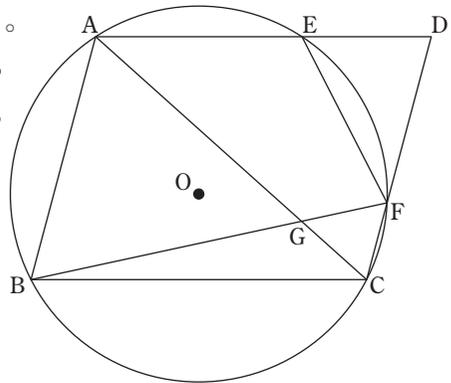
また、頂点Rにおける四角形PQRSの外角を $\angle SRT$ とすると、

$$\angle SRT + \angle QRS = \boxed{\text{オ}}^\circ \text{ だから, } \angle QPS = \angle SRT$$

したがって、円に内接する四角形の1つの内角は、それに向かいあう内角のとなりにある外角に等しい



- (2) 右の図のように円Oと平行四辺形ABCDがある。円と辺ADが交わる点をE, 円と辺DCが交わる点をFとする。また、線分ACと線分BFが交わる点をGとする。



- (i) $\triangle ABC$ と $\triangle EDF$ は相似であることを証明した。
次の文章の空欄に適切な語句を入れよ。

<証明>

$\triangle ABC$ と $\triangle EDF$ において

平行四辺形の対角は等しいので

$$\angle ABC = \angle \boxed{\text{ア}} \dots \text{①}$$

四角形EACFは円に内接しているので(※)より

$$\angle EAC = \angle \boxed{\text{イ}}$$

$AD \parallel BC$ より

$$\angle EAC = \angle \boxed{\text{ウ}}$$

よって

$$\angle \boxed{\text{ウ}} = \angle \boxed{\text{イ}} \dots \text{②}$$

①②より2つの角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \sim \triangle EDF$$

次に、 $AE = 6$ ， $ED = 4$ ， $AB = 8$ とする。次の問いに答えよ。

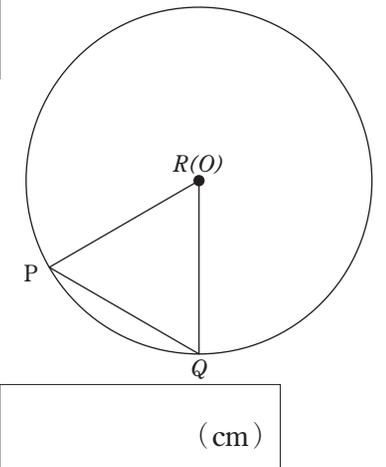
(ii) CF の長さを求めよ。

(iii) $\triangle EDF$ の面積を S とすると、 $\triangle GBC$ の面積を S を用いた式で表せ。

(iv) $\triangle EDF$ の面積と $\triangle FGC$ の面積の比を最も簡単な整数比で求めよ。

受験番号

平成28年度 仁愛女子高等学校入学試験問題 数学解答用紙

1	(1)	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	
	(2)	(ア)	(イ)			
	(3)	(ア)	$(x, y) = (\quad , \quad)$	(5)	(中央値) (秒)	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">(ア)</div>  </div>
	(4)	(イ)	$x =$	(6)	(平均値) (秒)	
(4)	$a =$		(6)	(cm^3)	(7)	

2	(1)	(ア)	(1)	(ウ)
	(イ)	(2)		

3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

4	(1)	(ア)	(2)	(3)	(イ)
	(4)	$\triangle OCA : \triangle OAB : \triangle OBD = \quad : \quad :$			$C = (\quad , \quad)$

5	(1)	(仁美さん)	(愛子さん)	(2)	(m)		
	(3)	{				(4)	$(x, y) = (\quad , \quad)$
						(5)	時 分 秒

6	(1)	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	
	(2)	(i)	(ア)	(イ)	(ウ)		
		(ii)	$CF =$		(iii)	(iv)	$\triangle EDF : \triangle FGC = \quad :$